TO1 - DS1

2 Ex1

Q1 : $\dfrac{(e^x)^2 \times e^{-x+1}}{e^{5x}} = \dfrac{e^{2x-x+1}}{e^{5x}} = e^{2x-x+1-5x} = e^{-4x+1}$

1. (A)

1 Q2 $f'(x) = \dfrac{e^x(1+e^x) - e^x \times e^x}{(e^x+1)^2} = \dfrac{e^x}{(e^x+1)^2}$

(B)

3 Ex2

1. $f'(3) = -4$

1 $y = f'(3)(x-3) + f(3) = -4(x-3) + 4 = \underline{-4x+16}$

1

2.

x	$-\infty$	1		2	
f	↘		↗		↘
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

1

8 Ex4

1a) u est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$. $\forall x \in \mathbb{R}$ $\boxed{u'(x) = -1+e^x}$

1,5 $-1+e^x \geq 0 \iff e^x \geq 0 \iff \underline{x \geq 1}$

1b) $\underline{\forall x \in \mathbb{R}\ u(x) \geq 2 > 0}$

1,5

x		0	
$u'(x)$	$-$	0	$+$
u	↘	2	↗

2a) f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme quotient de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) = \dfrac{u'v - v'u}{v^2} = \dfrac{(e^x + (x+1)e^x + 1)e^x - e^x((x+1)e^x + x)}{(e^x)^2}$

$= \dfrac{\cancel{e^x}(e^x + \cancel{(x+1)e^x} + 1 - \cancel{(x+1)e^x} - x)}{(\cancel{e^x} \times e^x)}$

1,5

$= \dfrac{e^x + 1 - x}{e^x} = \dfrac{u(x)}{e^x}$

b) $\left.\begin{array}{l} e^x > 0\ \forall x \in \mathbb{R} \\ u(x) > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} f'(x) > 0 \\ f'(0) = 0 \end{array} \Rightarrow f$ strictement croissante sur $\mathbb{R}$

1

3) $T : y = f'(0)(x-0) + f(0)$

1 $\boxed{T : y = 2x + 1}$

4) $f(x) - y = \dfrac{(x+1)e^x + x}{e^x} - (2x+1)$

$= \dfrac{(x+1)e^x + x - (2x+1)e^x}{e^x}$

$= \dfrac{-xe^x + x}{e^x}$

$= \dfrac{x(1-e^x)}{e^x}$

2

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	
$1-e^x$		$+$	0	$-$	
e^x		$+$		$+$	
$f(x)-y$		$-$	0	$-$	

C_f est au dessus de T sur $\mathbb{R}$

$A(0;1)$ est un point d'intersection de C_f et T

EX3 6,5

1) a) $f'(x) = (2x - 2{,}5)e^x + (x^2 - 2{,}5x + 1)e^x$

1 $\boxed{f'(x) = (x^2 - 0{,}5x - 1{,}5)e^x}$

b) $f'(x)$ a le signe de $x^2 - 0{,}5x - 1{,}5$ car $e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$

1 $\Delta = b^2 - 4ac = 6{,}25$

$x_1 = \dfrac{0{,}5 - 2{,}5}{2} = -1$

$x_2 = \dfrac{0{,}5 + 2{,}5}{2} = 1{,}5$

1

x	$-\infty$		-1		$1{,}5$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

0,5 2) $f(0) = 1$ $\boxed{A(0;1)}$

1 3) $f(x) = 0 \iff x^2 - 2{,}5x + 1 = 0$ car $e^x \neq 0$

$\Delta = 2{,}25$ $x_1 = \dfrac{2{,}5 - 1{,}5}{2} = \dfrac{1}{2}$

$x_2 = \dfrac{2{,}5 + 1{,}5}{2} = 2$

$B(\frac{1}{2};0)$

$B'(2;0)$

4) $f(x) - g(x) = (x^2 - 2{,}5x + 1)e^x - x^2e^x$

2 $= (-2{,}5x + 1)e^x$ ⊕

x	$-\infty$		$0{,}4$		$+\infty$
$f-g$		$+$	0	$-$	
		C_f au dessus		C_f en dessous	

PT D'INT