

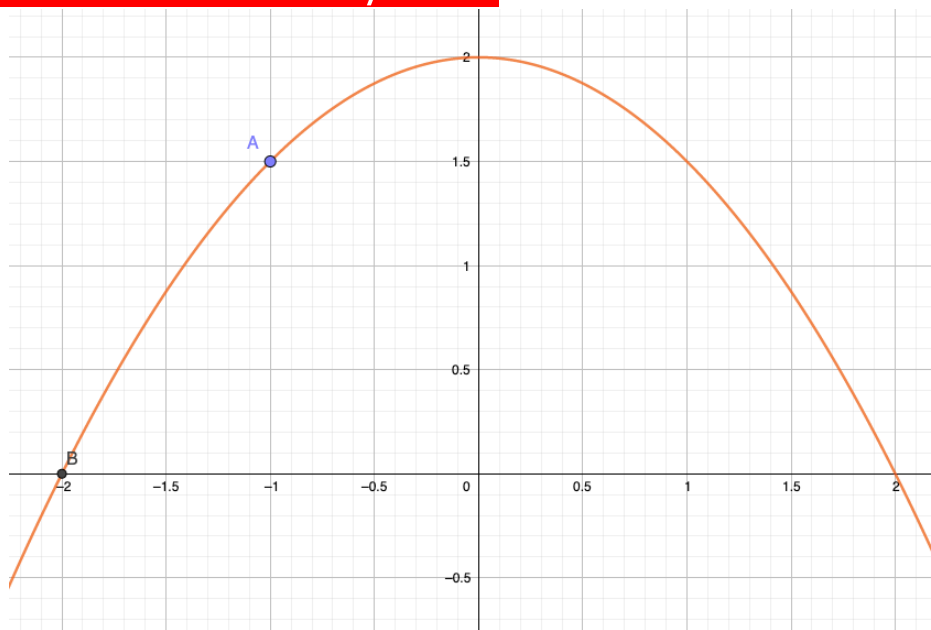
CHAP – Dérivation 1 – Activités/Exos

Activité 1 – Introduction

Partie 1. Vers la notion de nombre dérivé.

On a schématisé la montagne du MATHBLANC par la courbe ci-dessous.

Un alpiniste souhaite savoir si l'ascension de cette montagne sera plus difficile au départ, situé au point B, ou bien, au niveau du refuge, situé au point A.



Partie 2. Nombre dérivé, équation de tangente et fonction dérivée...

- Démontrer que la fonction $f: x \mapsto x^2$ est dérivable en -2 et préciser $f'(-2)$.
- En déduire l'équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse -2 .
- Soit $a \in \mathbb{R}$. Démontrer que la fonction $f: x \mapsto x^2$ est dérivable en a et préciser $f'(a)$.
- En déduire l'équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse -3 .
- Démontrer que la fonction $g: x \mapsto \frac{1}{x}$ est dérivable en -2 et préciser $g'(-2)$.
- En déduire l'équation de la tangente à la courbe C_g au point d'abscisse -2 .
- Soit $a \in \mathbb{R}^*$. Démontrer que la fonction $g: x \mapsto \frac{1}{x}$ est dérivable en a et préciser $g'(a)$.
- En déduire l'équation de la tangente à la courbe C_g au point d'abscisse -3 .

Exercice 1

- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 7x + 3$.

Montrer que f est dérivable en $x = -3$ et donner son nombre dérivé en -3 .

- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x$.

Montrer que f est dérivable en $x = 3$ et donner son nombre dérivé en 3 .

- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$.

Montrer que f est dérivable en $x = 1$ et donner son nombre dérivé en 1 .

- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{x-1}$.

Montrer que f est dérivable en $x = 2$ et donner son nombre dérivé en 2 .

- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{x-1}$.

Montrer que f est dérivable en $x = 2$ et donner son nombre dérivé en 2 .

Exercice 2 – Vitesse moyenne et vitesse instantanée

Le faucon pèlerin est un rapace dont la technique de chasse consiste à attaquer, par l'arrière et en piqué, des oiseaux en plein vol.

Il peut se laisser tomber presque à la verticale d'une hauteur de 500 m sur sa proie.

La fonction suivante donne, de façon simplifiée, la distance parcourue en mètres par un faucon lors du piqué sur un pigeon, en fonction du temps, en seconde, à partir du moment où il commence sa descente : $f(t) = 5t^2 + 25t$

NB : La vitesse instantanée à un instant t se modélise par le nombre dérivé $f'(t)$.

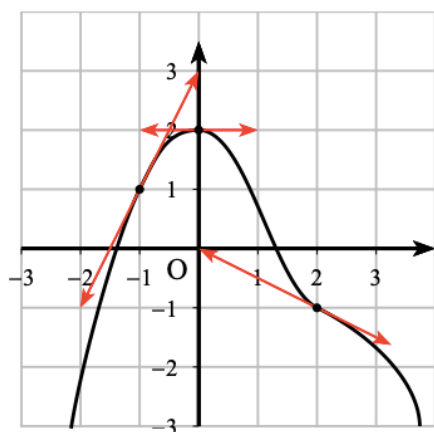


- 1) Déterminer la vitesse initiale du faucon.
- 2) L'attaque a duré 8 secondes.
 - a. Quelle a été la distance parcourue pendant le piqué ?
 - b. Quelle est la vitesse moyenne du faucon pendant le piqué ?
 - c. A quelle vitesse le faucon a-t-il percuté le pigeon ?

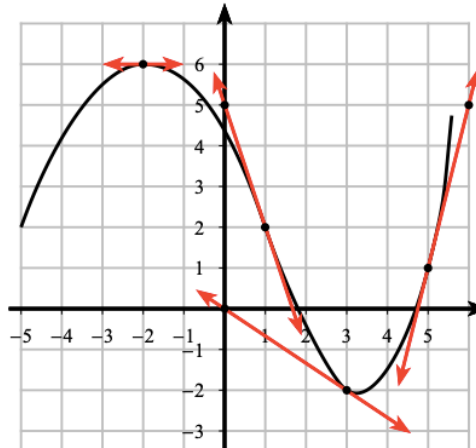
Exercice 3 : Donner une équation de la tangente

- a) A la parabole d'équation $y = x^2 - 3x + 5$ au point d'abscisse -1.
- b) A la courbe représentative de la fonction $f: x \mapsto \frac{-3}{x+5}$ au point d'abscisse 1

Exercice 4 La courbe représentative f est donnée ci-dessous. En chacun des points indiqués, la courbe admet une tangente qui est tracée. Lire, en vous servant du quadrillage les nombres demandés puis donner l'équation réduite de chacune des tangentes étudiées.



- $f(0)$, $f(-1)$ et $f(2)$.
- $f'(0)$, $f'(-1)$ et $f'(2)$.



- $f(-2)$, $f(1)$, $f(3)$ et $f(5)$.
- $f'(-2)$, $f'(1)$, $f'(3)$ et $f'(5)$.

Exercice 5 – Python

Un programme en langage Python est donné ci-dessous :

```
deg PYTHON
1 from math import *
2 def f(x):
3     return -x**3+2*x-5
4
5 def taux(a,h):
6     return (f(a+h)-f(a))/h
```

1) Quelle est l'expression de la fonction f utilisée par ce programme ?

2) Que permet-il d'obtenir ?

3) Dans une console d'exécution Python, on saisit `taux(2, 0.00001)`.

Voici ce qui est affiché :

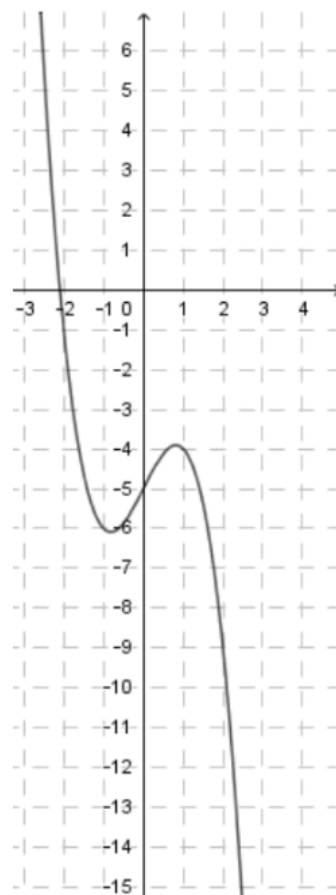
```
deg PYTHON
>>> taux(2,0.00001)
-10.000006
>>>
```

A quoi correspond le résultat -10,00006 ?

4) Quelle conjecture peut-on en déduire ?

5) On a représenté graphiquement la fonction f dans le repère ci-contre.

En supposant vraie la conjecture, déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2 puis la représenter dans le repère ci-contre.

**Exercice 6 – Fonctions dérivées**

Pour les fonctions suivantes calculer la fonction dérivée en précisant les valeurs pour lesquelles le calcul est valable.

Puis donner l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse -1.

1) $f(x) = -5x^3 + 4x^2 - 9x - 5$

4) $f(x) = \frac{x^3 + 12x - 1}{4}$

2) $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + 3x^3 - 4x^2 + \sqrt{3}x + 1$

5) $f(x) = (7x - 2)^2$

3) $f(x) = -\sqrt{x} + \frac{x^2}{2}$

Exercice 7 – Tangentes

On considère f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 7x - 2$ et $g(x) = -2x + 3$.

On note C_f et C_g les courbes représentatives de ces fonctions.

Existe-t-il des points de C_f en lesquels la tangente est parallèle à la droite C_g ? Si oui, précisez lesquels.

Exercice 8 – Tangentes

On considère f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 5x - 2$ et $g(x) = x^2 + x$.

On note C_f et C_g les courbes représentatives de ces fonctions.

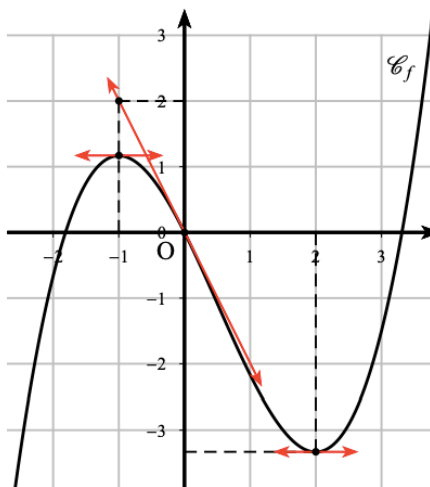
- Vérifiez que le point $A(1 ; 2)$ est commun aux courbes C_f et C_g .
- Démontrer qu'en ce point A , les deux courbes C_f et C_g admettent une tangente commune T .
- Déterminer l'équation de T .

Exercice 9 – Tangentes

Soit une fonction f du 3^e degré définie sur $\mathbb{R}$ dont la représentation $\mathcal{C}_f$ se trouve ci-après.

On peut donc écrire $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

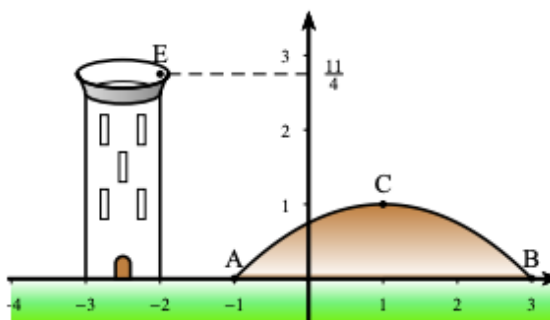
- D'après la courbe, déterminer :
 $f(0) = 0$, $f'(0)$, $f'(-1)$ et $f'(2)$
- En déduire les coefficients a , b , c et d .
- Tracer la fonction f sur votre calculatrice dans la même fenêtre pour vérifier votre solution

**Exercice 10 – Bien vu !**

Sur la figure ci-contre, « l'arc » de parabole ABC représente une colline, le sol est symbolisé par l'axe des abscisses.

Un observateur est placé en $E(-2 ; \frac{11}{4})$.

Le but de cet exercice est de déterminer les points de la colline et ceux du sol (au-delà de la colline) qui ne sont pas visibles du point d'observation E .



- On note f la fonction définie sur $[-1 ; 3]$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Déterminer a , b , c pour que « l'arc » ABC soit la représentation de f .
- Reproduire la figure et indiquer sur la figure les points de la colline et ceux du sol qui ne sont pas visible de E .
 - Faire les calculs nécessaires pour trouver les abscisses de ces points.

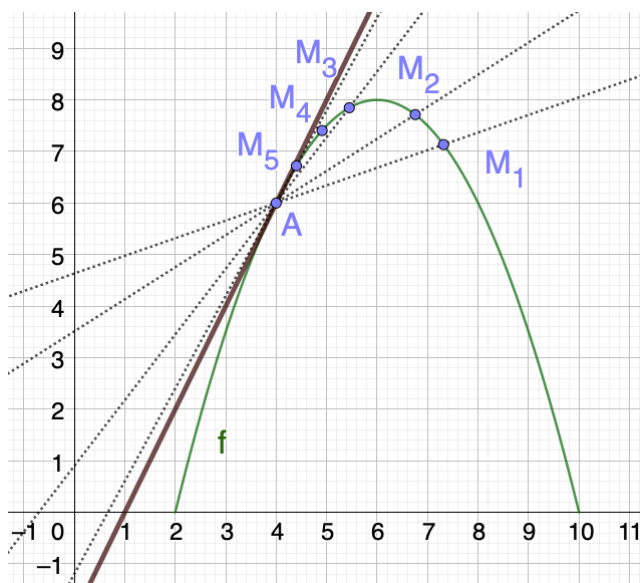
CHAP – Dérivation 1 – Cours

I) Introduction

Soit f la fonction définie par
 $f : x \mapsto -0,5(x - 6)^2 + 8$
 et représentée ci-contre.

Soit $M(x; f(x))$ un point de la courbe
 distinct du point de la courbe $A(4; 6)$

On a vu en activité que le taux
 d'accroissement $\frac{f(x)-f(4)}{x-4}$ est le
 coefficient directeur de la sécante
 (AM) .



Lorsque on approche aussi près que l'on peut le point mobile M du point fixe A (sans l'atteindre...), « les sécantes (AM) . » semblent se « stabiliser » vers une position limite dont la droite support T_4 a pour coefficient directeur la « valeur limite » de $\frac{f(x)-f(4)}{x-4}$ lorsque x tend vers 4.

Cette « droite limite » est appelée tangente de la courbe au point d'abscisse 4.