# CHAP8 – Les suites arithmétiques et géométriques

## Exercice 1

Pour les exercices suivant préciser si la suite $(u_n)$ est arithmétique ou non

1) $u_n = 2n + 3$
2) $u_{n+1} = \dfrac{3n+1}{2}$
3) $u_n = n^2 - n$
4) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 + u_n \end{cases}$

## Exercice 2

On considère une suite $(u_n)$ arithmétique de raison $r$.

1. $u_0 = 3$ et $u_8 = 7$. Calculer $r$.
2. $u_2 = 5$ et $u_5 = 2$. Calculer $r$.
3. $u_0 = 5$ et $r = -\dfrac{1}{2}$. Calculer $u_9$.
4. $u_5 = 6$ et $r = 2$. Calculer $u_{20}$.
5. $u_7 = \sqrt{2}$ et $u_2 = \sqrt{7}$. Calculer $r$.

## Exercice 3

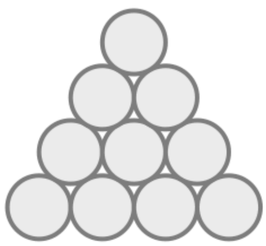
Soit $(u_n)$ une suite arithmétique de raison $r$.

1. Si $u_0 = 5$ et $r = 3$, calculer $u_0 + u_1 + \cdots + u_{100}$.
2. Si $u_0 = 3$ et $u_{50} = 60$, calculer $u_0 + u_1 + \cdots + u_{50}$.
3. Si $u_1 = 60$ et $r = 5$, calculer $u_1 + u_2 + \cdots + u_{100}$.
4. Si $u_1 = 50$ et $u_{50} = 1$, calculer $u_1 + u_2 + \cdots + u_{50}$.

## Exercice 4

Des tuyaux sont rangés comme indiqué ci-contre :

1) Quel est le nombre total de tuyaux dans un empilage de 5 couches ? 12 couches ?
2) On a stocké 153 tuyaux, combien y a-t-il de couches ?
3) Pour ranger 200 tuyaux, combien faut-il de couches ? Combien reste t-il de tuyaux ?



## Exercice 5

$(u_n)$ est la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout naturel $n$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+u_n}$

1) Calculer $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$.
2) Pour tout $n$ on pose $v_n = \dfrac{1}{u_n}$. Calculer $v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$.
3) Prouver que la suite $(v_n)$ est arithmétique. Exprimer alors $u_n$ en fonction de $n$.

## Exercice 6

Pour les exercices suivants, préciser si la suite est géométrique ou non.

1) $u_n = 5^{n+3}$
2) $u_n = \dfrac{2n+3}{3}$
3) $u_n = 3^n + 3n$
4) $u_0 = -1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, \quad 5u_{n+1} - 2u_n = 1$

**Exercice 7**

Soit $(u_n)$ une suite géométrique de raison $q$.

1. $u_0 = 5$ et $u_2 = 12$. Calculer $q$.
2. $u_0 = 3$ et $q = 2$. Calculer $u_9$.
3. $u_2 = 8$ et $q = \frac{1}{2}$. Calculer $u_8$.
4. $u_0 = 2$ et $q = \frac{1}{3}$. Calculer $u_{10}$.
5. $u_5 = 2$ et $q = \sqrt{2}$. Calculer $u_7$.

**Exercice 8**

Soit $(u_n)$ une suite géométrique de raison $q$.

1. Si $u_0 = 1$ et $q = 2$, calculer $u_0 + u_1 + \cdots + u_{100}$.
2. Si $u_0 = 3$ et $q = \frac{1}{2}$, calculer $u_0 + u_1 + \cdots + u_{50}$.
3. Si $u_1 = 60$ et $q = \frac{1}{3}$, calculer $u_1 + u_2 + \cdots + u_{100}$.
4. Si $u_1 = 50$ et $q = 10$, calculer $u_1 + u_2 + \cdots + u_{50}$.

**Exercice 9**

$(u_n)$ est une suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout naturel $n$, $u_{n+1} = 2u_n + 5$.

1) Calculer $u_1, u_2, u_3, u_4$ et $u_5$.
2) Pour tout naturel $n$, on pose $v_n = u_n + 5$.
   Calculer $v_1, v_2, v_3, v_4$ et $v_5$.
3) Prouver que la suite $(v_n)$ est géométrique. Exprimer alors $u_n$ en fonction de $n$.

a. Calculer $S = \sum_{k=0}^{10} v_k = v_0 + v_1 + \cdots + v_{10}$.

b. En déduire $S' = \sum_{k=0}^{10} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$.

**Exercice 10**

On considère la suite $(u_n)_{n \geqslant 0}$ définie par la relation de récurrence :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 3 \qquad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Calculer $u_1$ et $u_2$.
2. $(u_n)_{n \geqslant 0}$ est-elle une suite arithmétique ? Une suite géométrique ?

On considère la suite $(v_n)_{n \geqslant 0}$ définie pour tout entier naturel $n$ par :

$$v_n = u_n - \frac{9}{2}.$$

3. Montrer que $(v_n)_{n \geqslant 0}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
4. En déduire une expression de $v_n$ en fonction de $n$, puis une expression de $u_n$ en fonction de $n$.

## Exercice 11

Un joueur débute un jeu vidéo et effectue plusieurs parties successives.
On admet que :

- la probabilité qu'il gagne la première partie est de $0,1$ ;
- s'il gagne une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à $0,8$ ;
- s'il perd une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à $0,6$.

On note, pour tout entier naturel $n$ non nul :

- $G_n$ l'évènement « le joueur gagne la $n$-ième partie » ;
- $p_n$ la probabilité de l'évènement $G_n$.

On a donc $p_1 = 0,1$.

**1.** Montrer que $p_2 = 0,62$. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.

**2.** Le joueur a gagné la deuxième partie. Calculer la probabilité qu'il ait perdu la première.

**3.** Calculer la probabilité que le joueur gagne au moins une partie sur les trois premières parties.

**4.** Montrer que pour tout entier naturel $n$ non nul, $p_{n+1} = \frac{1}{5}p_n + \frac{3}{5}$.

**5.** Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n$ non nul,
$p_n = \frac{3}{4} - \frac{13}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n$.

**6.** Déterminer la limite de la suite $(p_n)$ quand $n$ tend vers $+\infty$.

## Exercice 12

On considère la suite $(u_n)$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{3u_n + 1} \end{cases} \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

On considère la suite $(v_n)$ définie pour tout entier naturel $n$ par :

$$v_n = \frac{u_n - \frac{2}{3}}{u_n + 1}.$$

**2** Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

**3** En déduire une expression de $v_n$ en fonction de $n$, puis une expression de $u_n$ en fonction de $n$.

## PYTHON ET SUITES

**Exercice 1 :**

On considère la suite arithmétique définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases}$.

1) Définir une fonction python permettant d'afficher le terme $u_n$
   Calculer alors $u_5$.
2) Modifier cette fonction pour afficher les $u_1; u_2; \dots ;\ u_n$.
   Calculer alors $u_1; u_2; \dots ;\ u_{20}$.
3) Définir une fonction python permettant d'afficher le plus petit entier n tel que $u_n > 55000$
4) Définir une fonction python permettant d'afficher la somme $u_0 + u_2 + \cdots + u_n$.